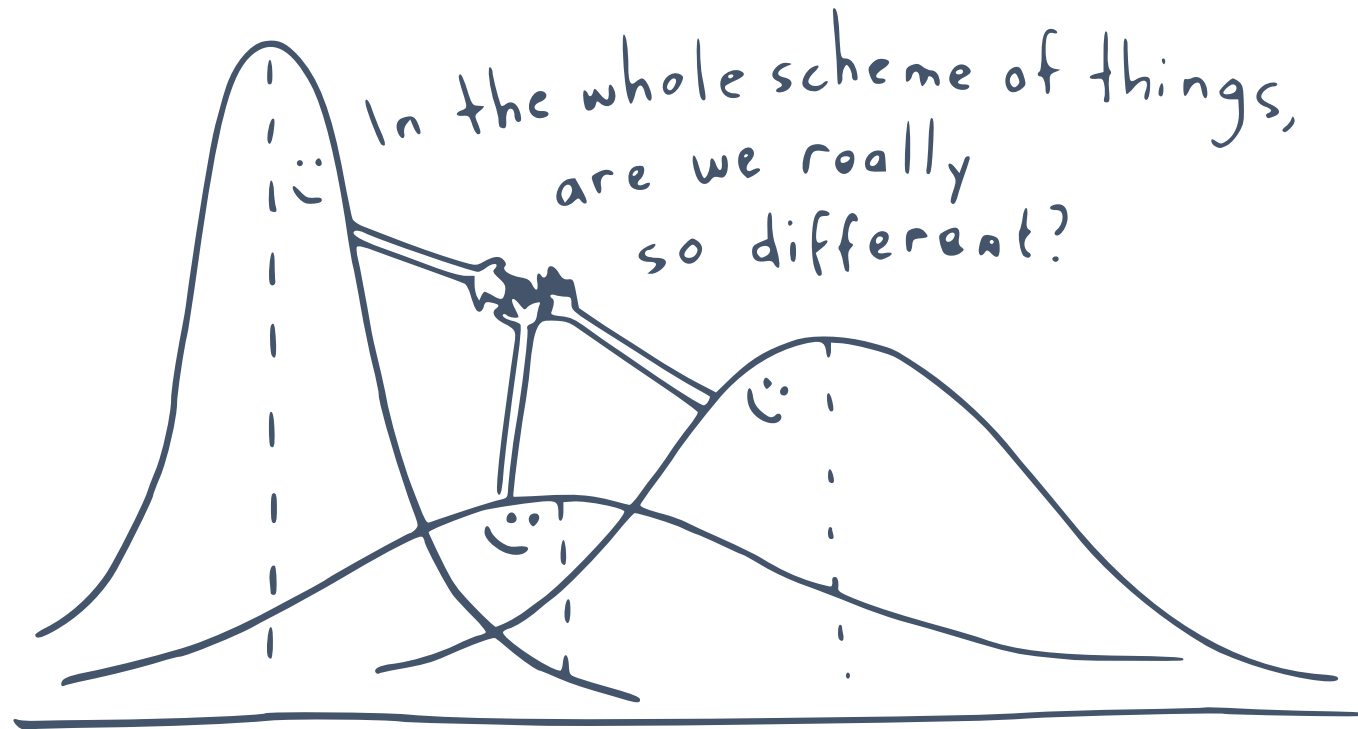


TP LBRAI2222 – Compléments de biométrie et plans expérimentaux



PLAN DES TRAVAUX PRATIQUES

TP1 – Modèles Linéaire Général (Rappel)

TP2 – Modèles hiérarchisés

TP3 – Modèles mixtes 1

TP4 – Puissance et réplication

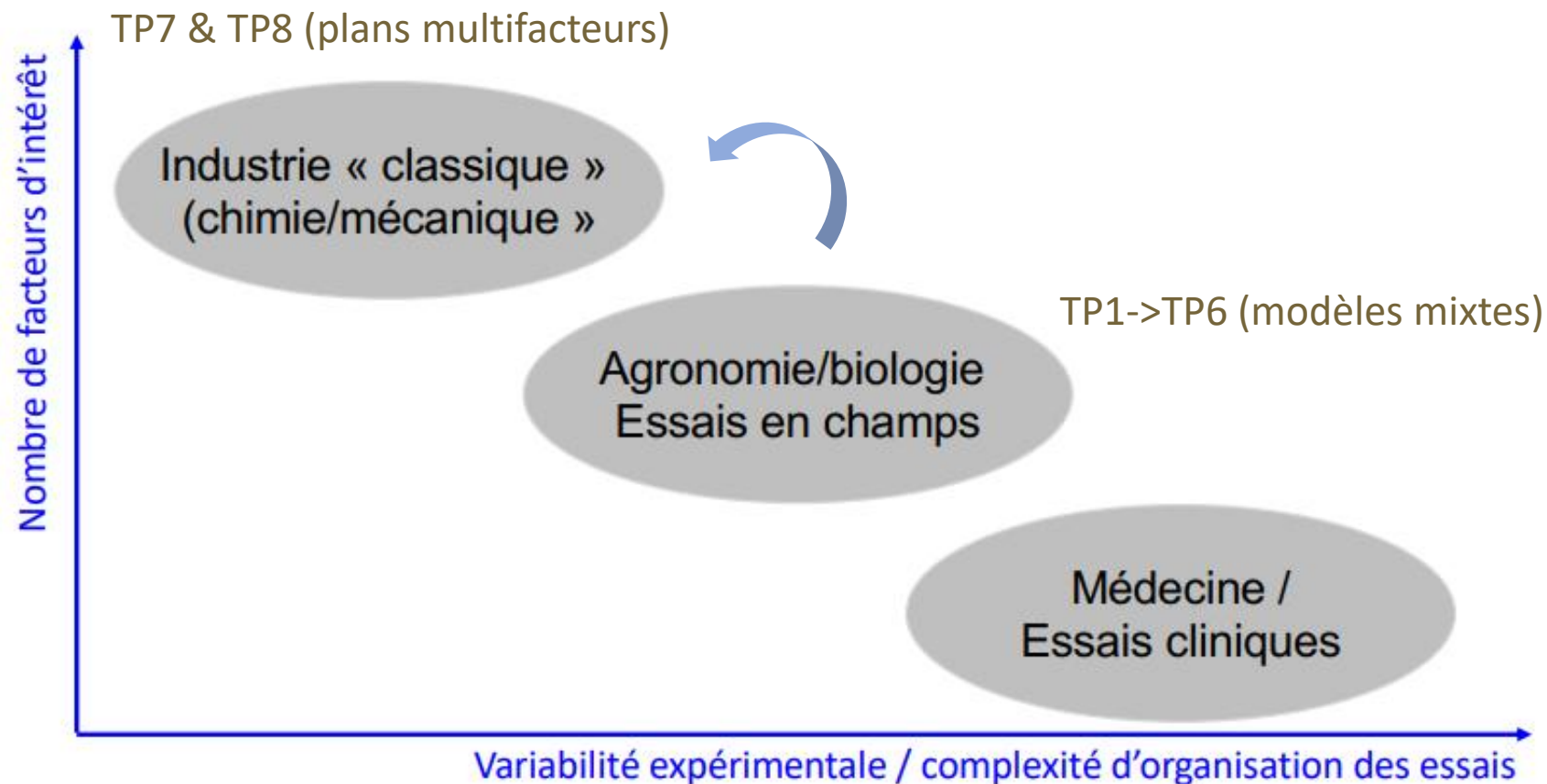
TP5 – Modèles mixtes 2

TP6 – Choix de design et plans split plot

TP7 – Plans de criblage et plans factoriels fractionnaires

TP8 – Plans pour surface de réponse

PLANS D'EXPÉRIENCE MULTIFACTEURS

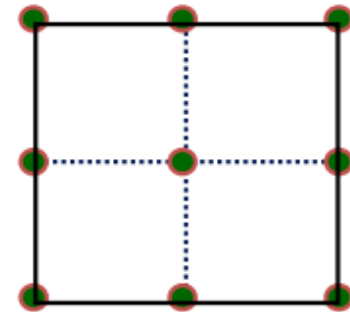


PLAN FACTORIEL COMPLET

Un plan factoriel complet $I_1 \times I_2 \times \dots \times I_k$ à k facteurs est un plan formé de toutes les combinaisons des $I_1, I_2, \dots, I_k$ niveaux de k facteurs $X_1, X_2, \dots, X_k$.

ESTIME :

- toutes les interactions possibles
- les effets quadratiques, cubiques... (f(nbres de facteurs))

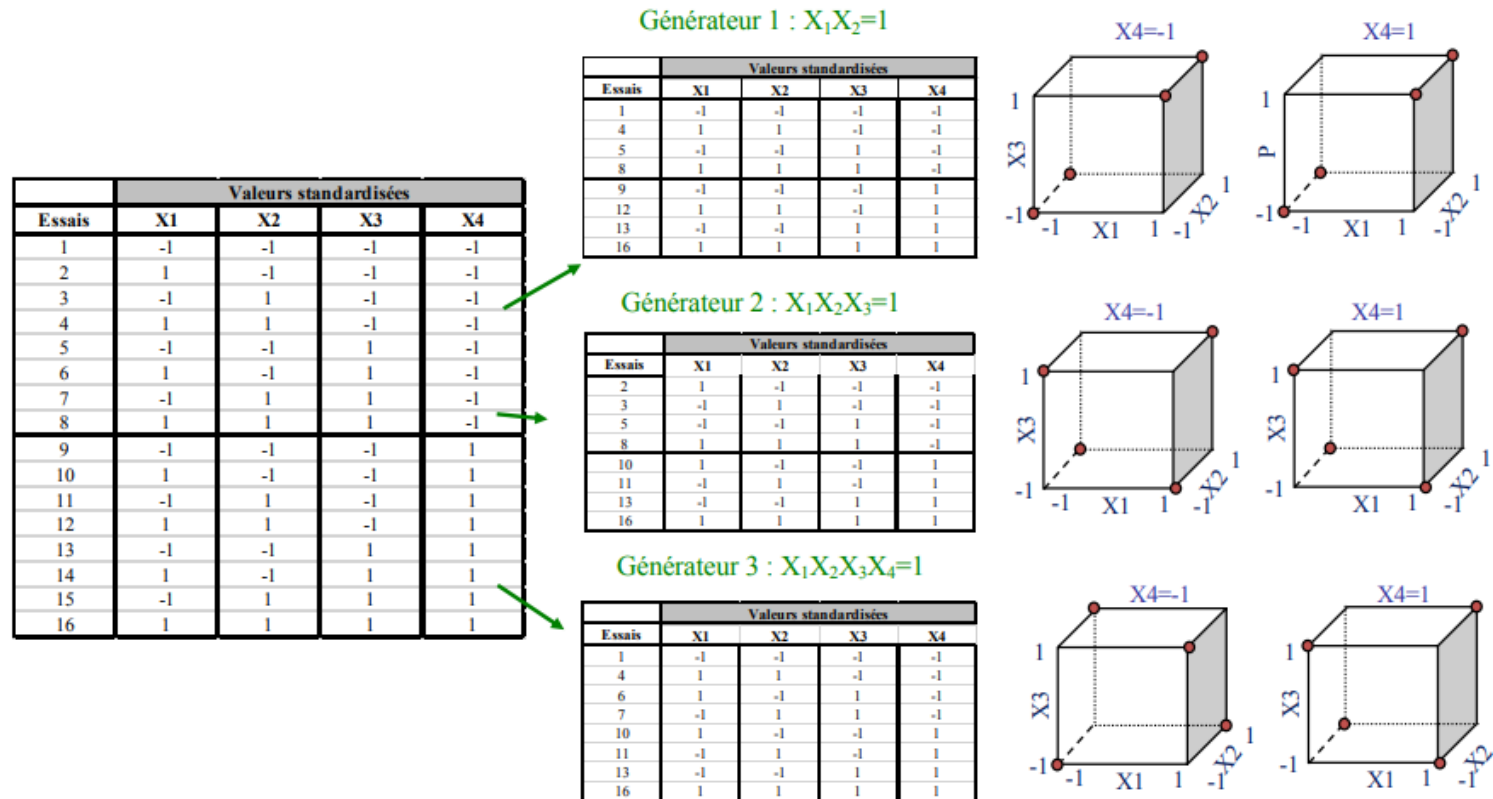


Plan factoriel complet 3^2

Ces plans sont toujours très bons mais coûteux quand le nombre de facteurs augmente.

PLAN FACTORIEL FRACTIONNAIRE

Un plan **factoriel fractionnaire** 2^{k-r} à k facteurs est un plan résultant de r fractionnements successifs d'un plan factoriel complet 2^k



Ces trois générateurs permettent-ils d'estimer un modèle d'ordre 1 ? Quel est le générateur le plus adéquat ?

PLAN FACTORIEL FRACTIONNAIRE

Un plan **factoriel fractionnaire** 2^{k-r} à k facteurs est un plan résultant de r fractionnements successifs d'un plan factoriel complet 2^k

$R=3 \rightarrow$ modèle d'ordre 1

$R=4 \rightarrow$ modèle d'ordre 1 et quelques interactions $X_i * X_j$

$R=5 \rightarrow$ modèle d'ordre 1 et toutes les interactions

k	r	N	Résolution	Générateurs
3	1	4	III	$123 = \pm 1$
4	1	8	IV	$1234 = \pm 1$
5	2	8	III	$124 = \pm 1, 135 = \pm 1$
	1	16	V	$12345 = \pm 1$
6	3	8	III	$124 = \pm 1, 135 = \pm 1, 236 = \pm 1$
	2	16	IV	$1235 = \pm 1, 2346 = \pm 1$
7	4	8	III	$124 = \pm 1, 135 = \pm 1, 236 = \pm 1, 1237 = \pm 1$
	3	16	IV	$1235 = \pm 1, 2346 = \pm 1, 1347 = \pm 1$
8	4	16	IV	$2345 = \pm 1, 1346 = \pm 1, 1237 = \pm 1, 1248 = \pm 1$
9	5	16	III	$1235 = \pm 1, 2346 = \pm 1, 1347 = \pm 1,$ $1248 = \pm 1, 12349 = \pm 1$
10	6	16	III	$1235 = \pm 1, 2346 = \pm 1, 1347 = \pm 1,$ $1248 = \pm 1, 12349 = \pm 1, 12(10) = \pm 1$

Voir : Box, Hunter et Hunter : Statistics for experimenters

STANDARDISATION

LORSQUE LES FACTEURS SONT QUANTITATIFS

$$x_{standardisé} = \frac{X - \bar{X}}{\max(X) - \min(X)} * 2$$

Facteur 1

Min = 0.4

1.0

Max = 1.6

0.4

1.0

1.0

1.0

1.6

Facteur 1 standardisé

Min = -1

0

Max = 1

-1

0

0

0

1



OBJECTIF

ESTIMATION DES PARAMÈTRES

Réduire la variance des estimations : $\text{Var}(\hat{\beta}) = (X'X)^{-1} \cdot \sigma^2$

-> $(X'X)^{-1}$ diagonale = Orthogonalité

-> réduire $1/N$

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1/N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/N & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/N \end{bmatrix}$$

NB : Exemple pour 6
paramètres + 1
colonne pour la
moyenne

ORTHOGONALITÉ

- les estimateurs des moindres carrés des différents effets $\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_m$ sont non-corrélés et indépendants sous l'hypothèse gaussienne.
- pour $l = 1, \dots, m$, l'expression de l'estimateur $\hat{\theta}_l$ ne dépend pas de la présence ou non des autres termes θ_j dans le modèle.