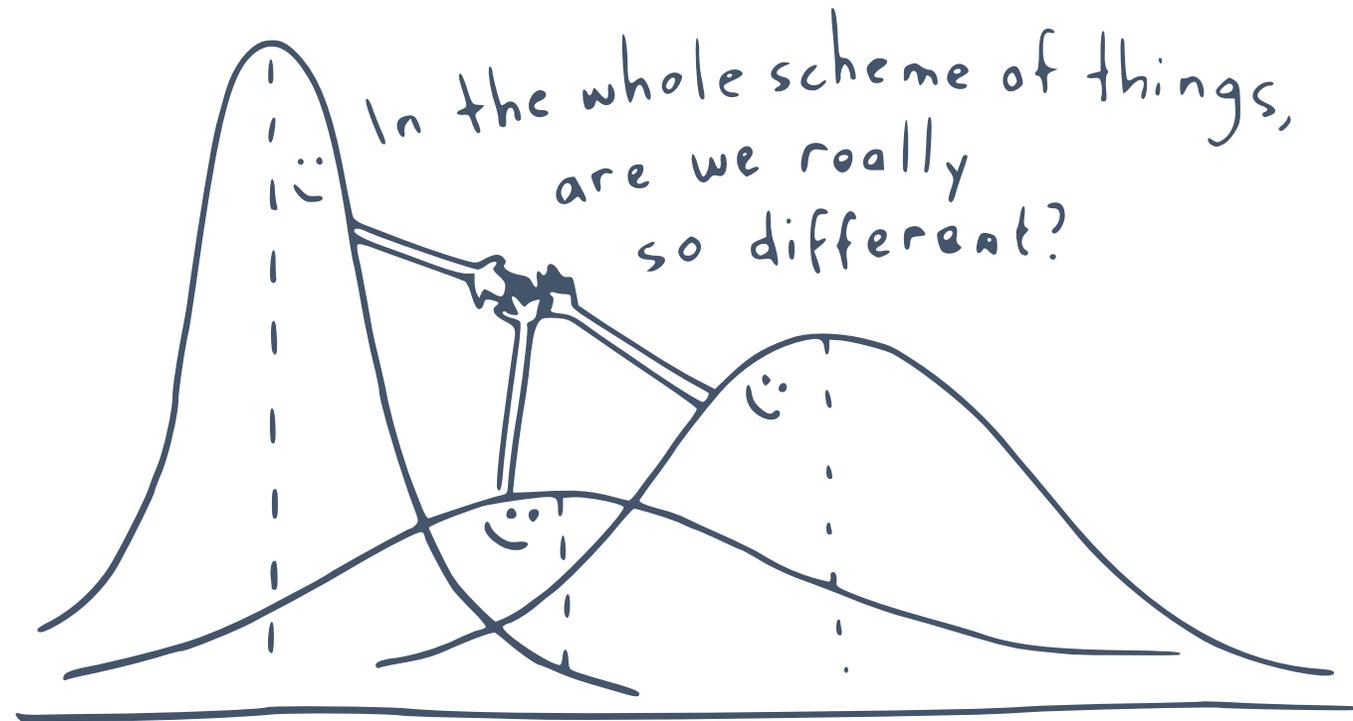


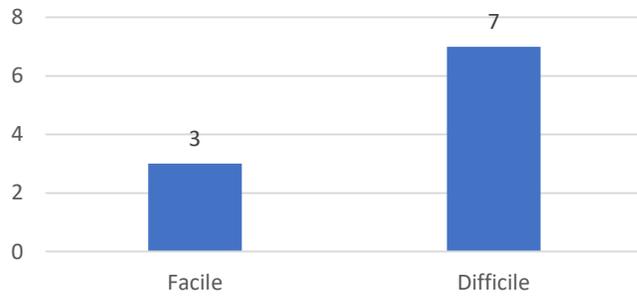
# TP LBRAI2222 – Compléments de biométrie et plans expérimentaux

---

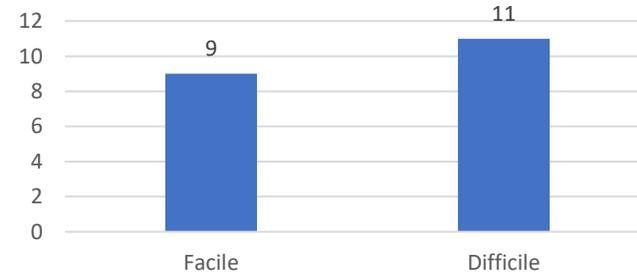


# FEEDBACK TP2

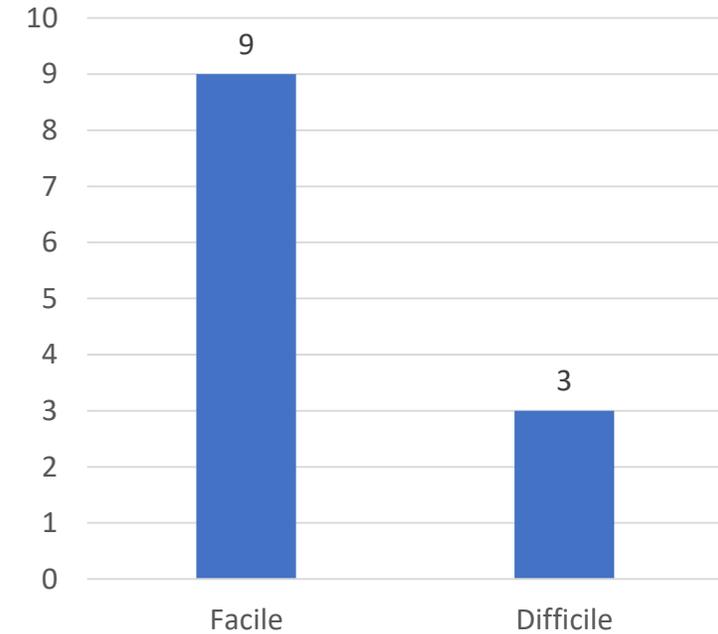
TP2 - 2022



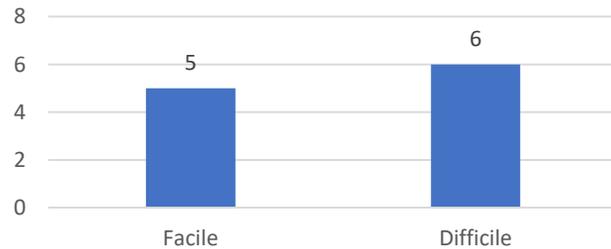
TP2 - 2023



TP2 - 2025



TP2 - 2024





# TP2 – MODÈLES HIÉRARCHISÉS

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}\mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\mathbf{Y} \sim \mathbf{N}(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}, \mathbf{V})$$

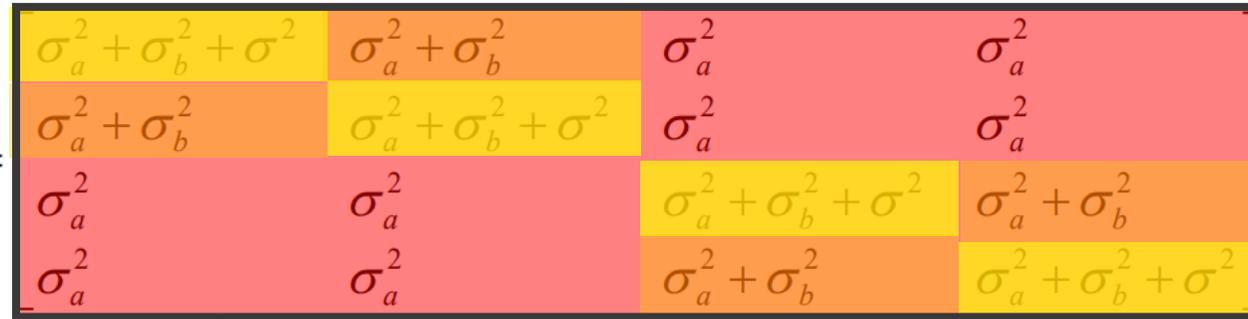
```
V <- Z %*% G %*% t(Z) + R
```

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{G}\mathbf{Z}' + \mathbf{R}$$

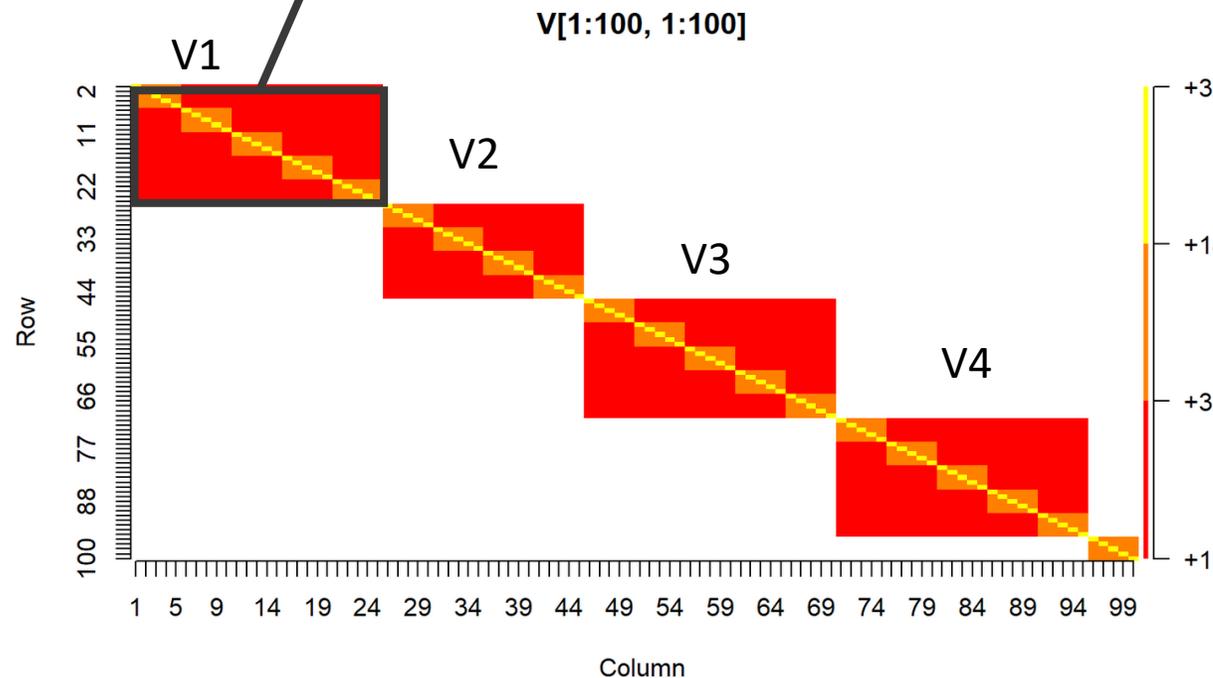
$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{V}_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_3 = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma^2 & \sigma_a^2 + \sigma_b^2 & \sigma_a^2 & \sigma_a^2 \\ \sigma_a^2 + \sigma_b^2 & \sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma^2 & \sigma_a^2 & \sigma_a^2 \\ \sigma_a^2 & \sigma_a^2 & \sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma^2 & \sigma_a^2 + \sigma_b^2 \\ \sigma_a^2 & \sigma_a^2 & \sigma_a^2 + \sigma_b^2 & \sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma^2 \end{bmatrix}$$

# TP2 – MODÈLES HIÉRARCHISÉS

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_3 =$$



- =  $\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma^2$
- =  $\sigma_a^2 + \sigma_b^2$
- =  $\sigma_a^2$



ATT. Au dessus, l'exemple est donné pour deux réplification (2 enfants par père x mère),

En dessous il est donné pour 4 ou 5 réplification (en fonction du père et de la mère, car les données sont non balancées)

# PLAN DES TRAVAUX PRATIQUES

TP1 – Modèles Linéaire Général (Rappel)

TP2 – Modèles hiérarchisés

**TP3 – Modèles mixtes 1**

TP4 – Puissance et réplication

TP5 – Modèles mixtes 2

TP6 – Choix de design et plans split plot

TP7 – Plans de criblage et plans factoriels fractionnaires

TP8 – Plans pour surface de réponse

# MODELE MIXTE

Partie fixe      Partie aléatoire

$$Y_{ijk} = \underbrace{\mu + \alpha_i}_{\text{Partie fixe}} + \underbrace{b_j + (\alpha b)_{ij} + \varepsilon_{ijk}}_{\text{Partie aléatoire}} \quad i = 1, \dots, a, \quad j = 1, \dots, b, \quad k = 1, \dots, n$$

$$b_i \sim i N(0, \sigma_b^2)$$
$$(\alpha b)_{ij} \sim i N(0, \sigma_{\alpha b}^2)$$
$$\varepsilon_{ijk} \sim i N(0, \sigma^2)$$

ECRITURE MATRICIELLE

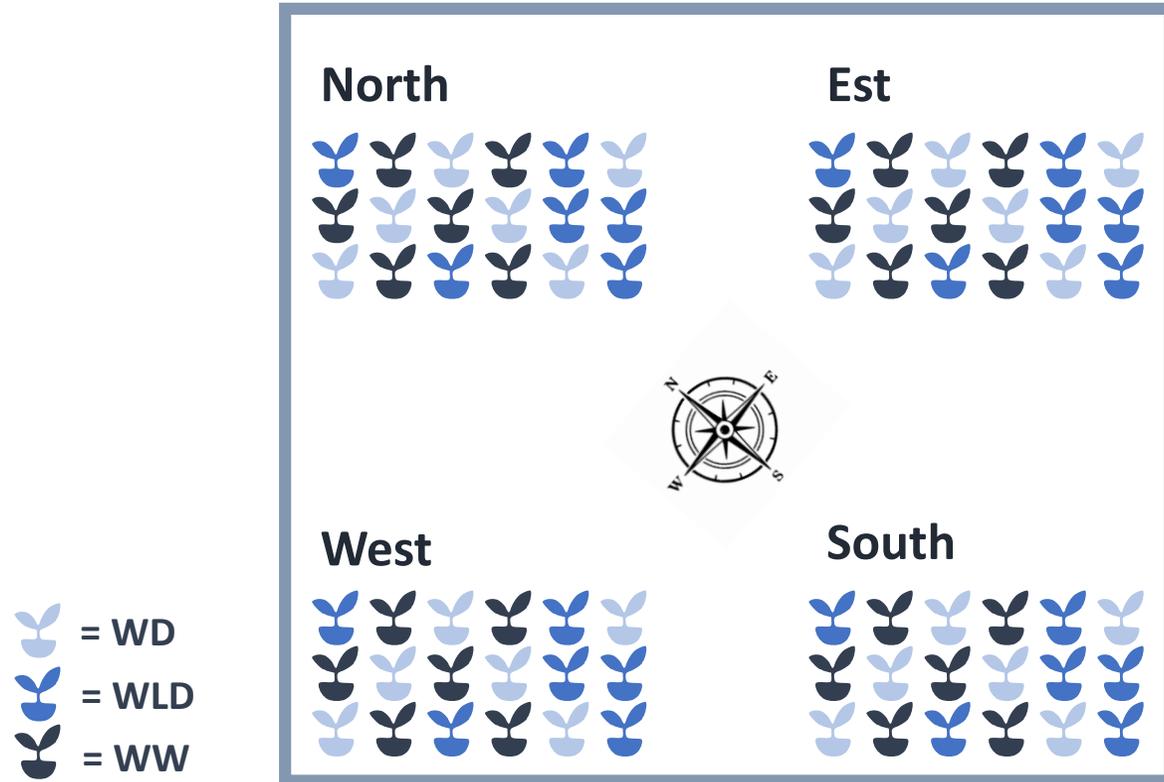
$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}\mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$\mu + \alpha_i$        $b_j + (\alpha b)_{ij}$

$$\boldsymbol{\varepsilon} \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R}) \quad \mathbf{R} = \sigma^2 \mathbf{I}_N$$

$$\mathbf{u} \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \mathbf{G})$$

# TP3 – cas d'étude



# MODELE MIXTE

## INFÉRENCE SUR LES EFFETS FIXES ET ALÉATOIRES

$$\mathbf{L} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \mathbf{L} \left[ \begin{array}{c|cccccccccc} \text{Fixe} & \mu & \alpha_1 & \alpha_2 & & & & & & & & \\ \hline & b_1 & b_2 & b_3 & ab_{11} & ab_{21} & ab_{12} & ab_{22} & ab_{13} & ab_{23} & & \end{array} \right]'$$

DANS R, `Imertest::contest()`

$$\mathbf{L} [\boldsymbol{\beta}] = \mathbf{L} [\mu + \alpha_2 \quad \alpha_1 - \alpha_2]'$$

### EXEMPLE DANS R,

avec un facteur fixe ' $\alpha$ ' à 3 niveaux  
si on test  $\alpha_1 = \alpha_2$

$$\mathbf{L} [\boldsymbol{\beta}] = \mathbf{L} [\mu + \alpha_3 \quad \alpha_1 - \alpha_3 \quad \alpha_2 - \alpha_3]$$
$$\mathbf{L} = [0 \quad 1 \quad -1] \text{ revient à tester } (\alpha_1 - \alpha_3) - (\alpha_2 - \alpha_3) \stackrel{?}{=} 0 \Leftrightarrow \alpha_1 \stackrel{?}{=} \alpha_2$$